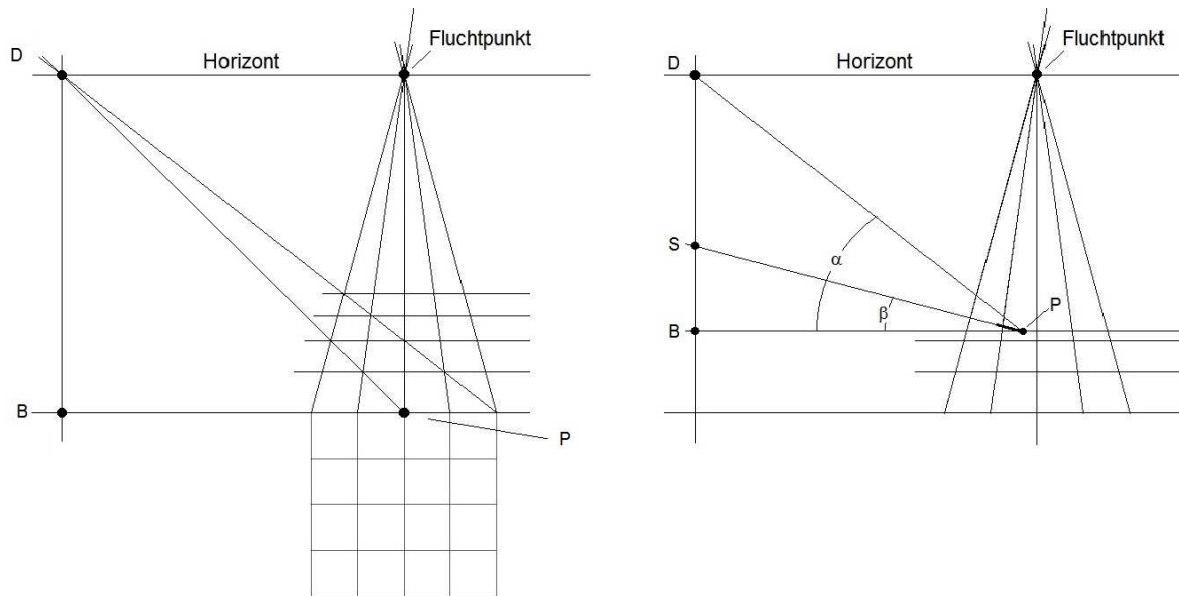


Berechnung des Schattenwinkels auf einem Foto

Das umstrittene Foto der Demonstration am 1.8.2020, das die Straße des 17. Juni mit dem Brandenburger Tor im Hintergrund zeigt, ist von der Siegessäule aus aufgenommen worden. Da die Siegessäule ebenso, wie das Brandenburger Tor auf der Verlängerungslinie der Straßenmitte steht, handelt es sich um eine Zentralperspektive mit nur einem Fluchtpunkt auf der Horizontlinie. Das vereinfacht die Analyse sehr.

Methodik



Die Abbildung zeigt die Konstruktion einer Perspektivansicht. Links unten die Draufsicht auf ein quadratisches Fliesenmuster. In der Draufsicht verlaufen alle waagerechten und senkrechten Linien parallel und alle Winkel betragen 90° . Nun legt man die Horizontlinie fest. Der Abstand der Horizontlinie von der Basislinie entscheidet über Blickhöhe und Brennweite. Legt man den Horizont sehr nahe parallel zur Basislinie, dann entspricht das einem Weitwinkelobjektiv mit kleiner Brennweite und/oder einer geringen Höhe. Umgekehrt bedeutet eine größere Entfernung von der Basislinie einen höheren Standpunkt und/oder eine größere Brennweite.

Nach der Festlegung der Horizontlinie zieht man eine senkrechte Linie von Punkt P nach oben, so dass die Horizontlinie im Winkel von 90° geschnitten wird. Auf diese Weise ergibt sich die Lage des Fluchtpunktes. Nun verbindet man alle Punkte auf der Basislinie mit dem Fluchtpunkt. Auf diese Weise entstehen Fluchtlinien. Damit sind die vertikal verlaufenden Linien des Fliesenbodens definiert. Nun zieht man von Punkt P aus eine Linie im Winkel von 45° nach links. Diese Linie schneidet den Horizont. Wir nennen den Punkt D. Zieht man eine Linie von Punkt D nach unten rechts auf die Ecke der Fliese rechts oben, dann entspricht dies ebenfalls einer Diagonale, die aber auf der perspektivischen Abbildung einen anderen Winkel hat. Zieht man dann jeweils eine horizontale Linie durch alle Punkte, an denen die Diagonallinie die Fluchtlinien schneidet, so entsteht eine korrekte perspektivische Abbildung der quadratischen Fliesen. Gut erkennbar ist, dass die horizontalen Linien immer näher aneinander rücken, je weiter man sich dem Horizont nähert. Der Abbildungswinkel der Diagonalen wird deswegen immer kleiner.

Ebenso, wie man aus einer Draufsicht eine perspektivische Ansicht konstruieren kann, kann man umgekehrt aus einer perspektivischen Ansicht auch eine korrekte Draufsicht gewinnen. Die rechte Graphik in der Abbildung zeigt, wie man den Winkel eines Schattens ermittelt.

Dazu wählen wir an beliebiger Stelle einen Punkt P, an dem das senkrecht stehende schattengebende Objekt den Boden berührt. Der Schattenverlauf ist als eine etwas dickere Linie gezeichnet. Zuerst verbindet man den Punkt P mit dem Punkt B und anschließend mit dem Punkt D. Auf diese Weise entsteht der Winkel α , der einem Winkel von 45° in der Draufsicht entspricht.

Bei den Zeichenprogrammen, wie etwa in dem hier verwendeten Programm Microsoft Paint, liegt der Ursprung des Koordinatensystems in der linken oberen Bildecke. Dort ist die horizontale Koordinate des Punktes (X) ebenso, wie die vertikale Koordinate (Y) gleich null. Mit der Maus lassen sich nun die Koordinaten aller Punkte pixelgenau feststellen.

Zur Bestimmung des Winkels α genügt dann die Kenntnis des vertikalen Abstandes zwischen Punkt D und B, der die Gegenkathete bildet und der horizontale Abstand der Punkte B und P, der die Ankathete bildet. Der Arcustangens der Strecke $\frac{BD}{BP}$ ist dann gleich dem Winkel α . Die Strecke BD ist gleich der Differenz der Y-Koordinaten und die Strecke BP entspricht der Differenz der X-Koordinaten beider Punkte.

Auf die gleiche Weise lässt sich der Winkel des Schattens ermitteln. Dazu zieht man eine dünne Linie möglichst genau von Punkt P aus durch den Schattenverlauf. Diese Linie schneidet dann die vertikale Verbindungslinie zwischen den Punkten B und D. Diesen Schnittpunkt bezeichnen wir mit S. Winkel β errechnet sich dann aus dem Arcustangens der Strecken $\frac{SB}{BP}$.

Die verwendete Fotografie hat eine Auflösung von 5.332 x 3.552 Pixeln.

Um die Schattenlinie genau zu treffen benötigt man etwas Augenmaß. Dadurch können Fehler entstehen. Um diese Fehler auszugleichen ist es sinnvoll mehrere unabhängige Punkte zu untersuchen und den gefundenen Winkel zu mitteln. Der mögliche Fehler lässt sich dann durch die Standardabweichung ausdrücken. Je weiter die Punkte B, P und S auf der Abbildung auseinander liegen, umso genauer wird das Ergebnis.

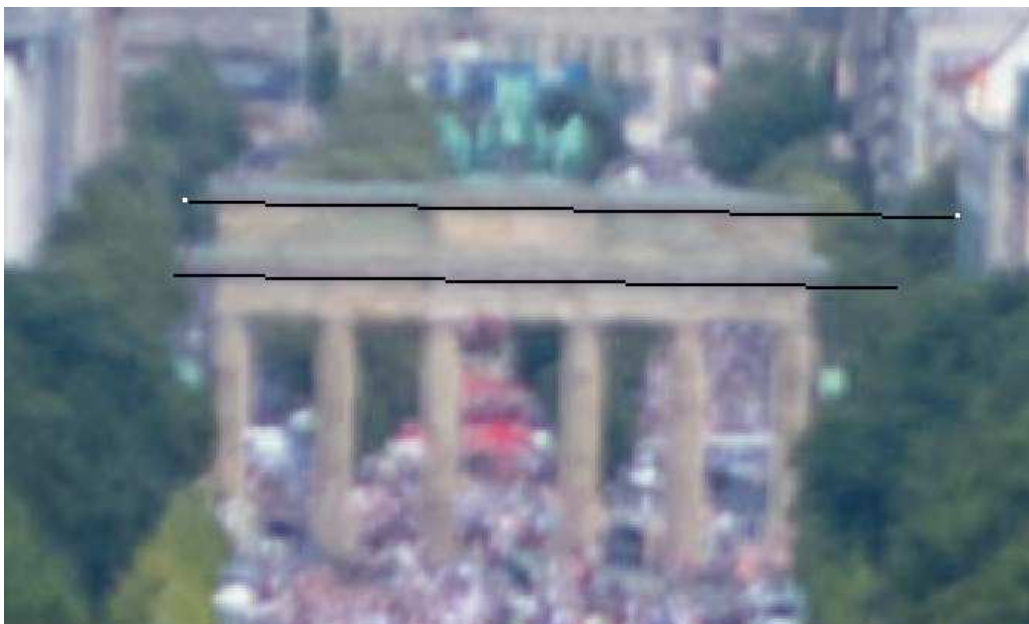
Hat man nun die Winkel α und β ermittelt, lassen sich durch einen einfachen Dreisatz die entsprechenden Schattenwinkel γ in der Draufsicht ermitteln. Die Formel lautet.

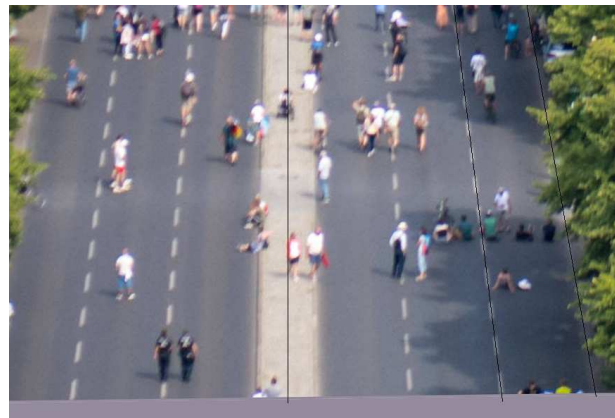
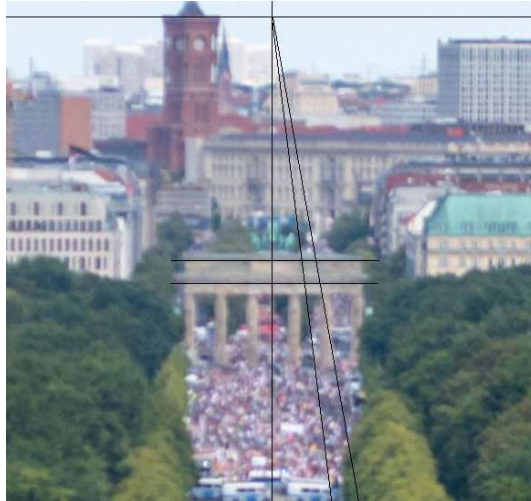
$$\gamma = \frac{45\beta}{\alpha}$$

Kommen wir nun zur Fotografie. Die verwendete Fotografie hat eine Auflösung von 5.332 x 3.552 Pixeln.

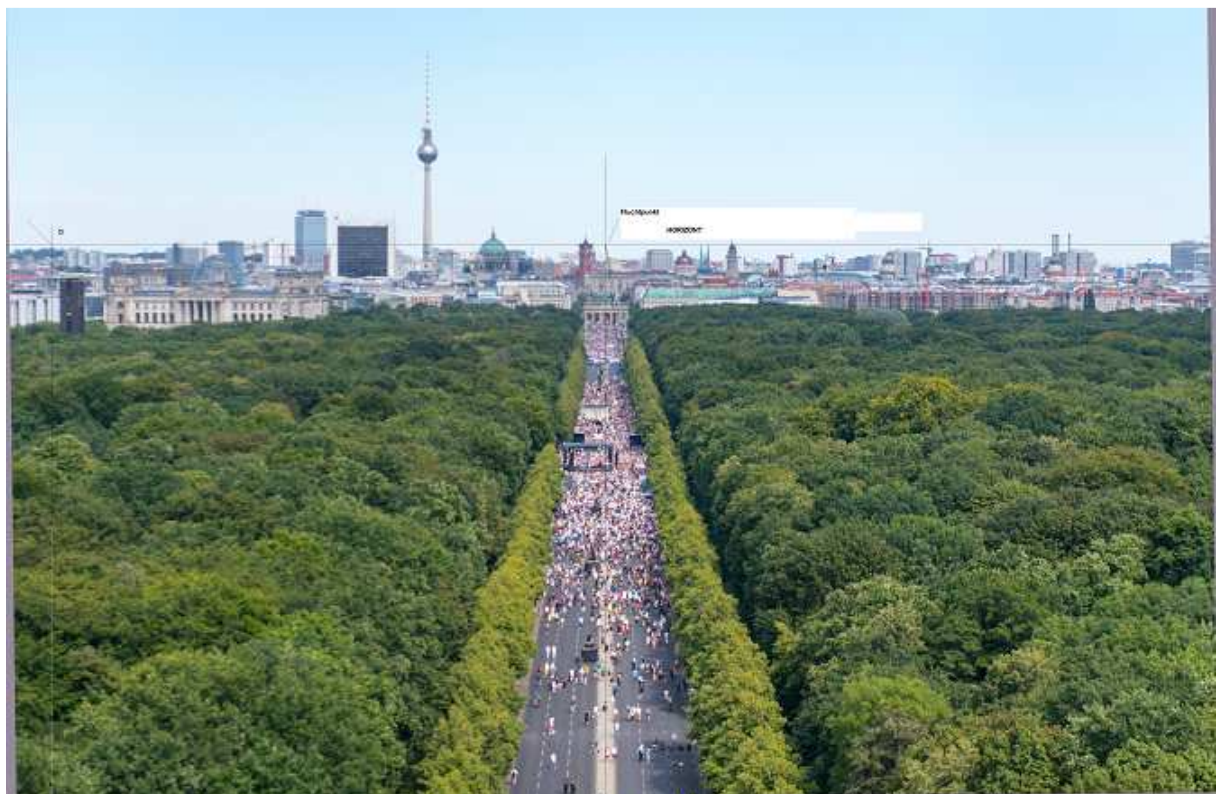


Die Aufnahme wurde von der obersten Aussichtsplattform der Siegessäule gemacht. Weil die Siegessäule praktisch auf der Verlängerung der Mittellinie der Straße steht und der Straßenverlauf damit senkrecht vom Beobachter wegführt haben wir es mit einer Zentralperspektive zu tun. Es gilt also zunächst die notwendigen Punkte zu ermitteln. Bei einer Vergrößerung des Bildes fällt auf, dass die horizontale Linie des Brandenburger Tors etwas "rechtslastig" ist. der Fotograf hat die Kamera also nicht ganz horizontal ausgerichtet. Die querverlaufenden Linien des Brandenburger Tors sind gegenüber der Horizontalen leicht nach rechts gekippt. Diesen Fehler kann man mit Photoshop leicht beheben.





Das Foto wurde $0,75^\circ$ nach links um die Bildachse gedreht. Wie leicht erkennbar verlaufen die Dachlinien am Brandenburger Tor nun horizontal. Von der Mitte der Straße aus (rechtes Bild) ließ sich eine absolut senkrechte Linie nach oben ziehen, die durch die Mitte des Mittelstreifens und auch (in der Vergrößerung sichtbar) kurz vor dem Brandenburger Tor noch in der Mitte des Mittelstreifens liegt. Zusammen mit zwei weiteren Linien (rechtes Bild) durch Straßenmarkierungen ergibt sich zusammen mit der lotrechten Linie der Fluchtpunkt, durch den der Horizont gelegt wurde. Vom Basispunkt (der durch die Kreuzung der lotrechten Linie und dem Bildunterrand gebildet wird) wurde eine Linie mit einem Winkel von 45° gezogen, der den Horizont im Punkt D schneidet. Das ist der Diagonalepunkt, von dem aus zu jedem Punkt auf der Fläche eine Diagonale gezeichnet werden kann. Das nächste Bild zeigt eine Übersicht.



Nun können die eigentlichen Messungen durchgeführt werden. Dazu wählt man am besten mehrere Schattenwürfe möglichst im Vordergrund aus. Weil im Vordergrund die perspektivische Verkürzung kleiner ist und der Abstand der Punkte P und S zum Referenzpunkt D größer ist, als bei einer Messung näher am Brandenburger Tor, ist der Messfehler hier geringer. Für die Messung des Schattenwinkels wurden 5 gut erkennbare Punkte im Bildvordergrund ausgesucht (orange eingekreist).



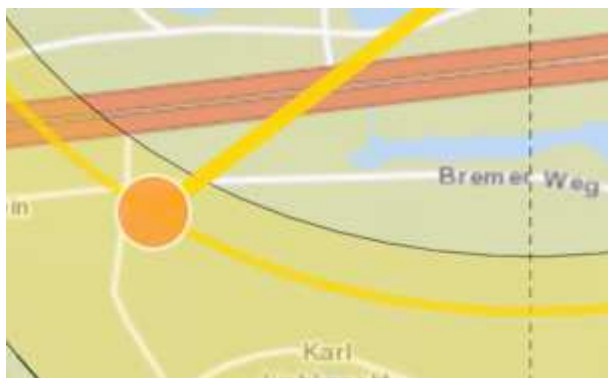
Die Bestimmung des Winkels α bewirkt nur kleine Fehler, da die Positionierung pixelgenau ist. Wird die Strecke BP beispielsweise um 2 Pixel zu lang bestimmt, wird der Winkel spitzer und umgekehrt. Wird in Y-Richtung die gemessene Strecke um 2 Pixel kürzer, dann wird der Winkel α stumpfer und wenn er 2 Pixel zu lang gemessen wird, dann wird er spitzer.

Bei einem Winkel von 45° sind beispielsweise Gegenkathete und Ankathete 500 Pixel lang. Wenn eine Seite um 2 Pixel zu lang und die andere um 2 Pixel zu kurz gemessen wird, ist der Tangens in einem Fall $498/502$ und im anderen Fall $502/498$. Die Winkel errechnen sich dann zu $44,77^\circ$ oder $45,23^\circ$. Die Abweichung vom richtigen Winkel, der 45° beträgt ist also $\pm 0,23^\circ$. Da der Sonnenstand sich alle 4 Minuten um etwa 1° ändert, macht diese Ungenauigkeit etwa 55 Sekunden aus.

Problematischer als das Ausmessen der Koordinaten ist die Festlegung des Schattenwinkels. Dabei muss genau, wie möglich gepeilt werden. Dieser Fehler lässt sich nicht vermeiden. Um ihn zu kompensieren wurden 5 Messungen vorgenommen. Die gefundenen Schattenwinkel wurden mittels dem oben angegebenen Dreisatz in die realen Schattenwinkel umgerechnet.



Die Straße des 17. Juni verläuft nicht exakt von West nach Ost, sondern weicht ein wenig in Richtung Nord ab. Das Bild zeigt den Sonnenhöchststand um 13:13. Es errechnete sich mit den schon besprochenen Methoden ein Winkel von 6° , ebenfalls mit einer Unsicherheit von $\pm 0,3$ Grad. Das bedeutet, dass der Schatten genau bei einem Sonnenstand von $174,17^\circ$ die Straße rechtwinkelig schneidet. Das war am 1. August um 12.59 der Fall. Zu den berechneten Schattenwinkeln müssen also noch 6° addiert werden. Nun werden die errechneten Winkel γ zu dem Winkel von $174,17^\circ$ hinzu addiert. Aus dem so ermittelten Winkel kann dann mit dem online-tool sonnenverlauf.de der Zeitpunkt an dem das Foto entstanden ist ermittelt werden. Die 5 errechneten Werte lagen zwischen 13:19 und 13:39. Im Mittel bei 13:30.



Das Bild zeigt den Strahlenverlauf der Sonne und damit auch den Schattenverlauf um 15:39. Um den Schattenwinkel um 15:39 zu visualisieren, wurde wiederum das oben genannte online-tool benutzt. Um 15:39 stand die Sonne demnach $45,11^\circ$ über dem Horizont und die Sonnenrichtung betrug $233,38^\circ$. Zieht man davon die Sonnenrichtung $174,17^\circ$ ab, als der Schatten genau rechtwinkelig zur Straße fiel, dann ergibt sich ein Schattenwinkel γ von ca. 59° zur Horizontalen. Nun stellt man den Dreisatz nach β um:

$$\beta = \gamma * \alpha / 45.$$

Nun wählen wir einen beliebigen Punkt aus, z.B. Punkt 1. Der Diagonalwinkel α betrug hier $46,83^\circ$. Eingesetzt in die Gleichung ergibt sich der Schattenwinkel β von $61,4^\circ$. Der Tangens

für diesen Winkel beträgt 1,83. Man geht z.B. vom Fußpunkt aus 500 Pixel nach links und 915 Pixel nach oben. Zieht man von diesem Punkt eine gerade durch den Fußpunkt P, so erhält man den Schattenverlauf.



Wäre das Foto um 15:39 entstanden, wäre der Schatten der 2 Personen im Vordergrund so verlaufen, wie eingezeichnet.

Fazit:

Es mit einer Ungenauigkeit von maximal 11 Minuten bewiesen, dass das Foto gegen 13:30 entstanden ist. Die Zeitangabe von 15:39 ist daher eine Lüge. Vielleicht hat Gensing aus 13:39 einfach 15:39 gemacht. Dann kann er sich damit herausreden, dass er glaubte, dass die (gelöschte) Zeitangabe auf dem Foto die UTC-Zeit angab und er natürlich 2 Stunden (wg. Sommerzeit und Zeitverschiebung) hinzu addieren musste. Tatsächlich würde man ja in London im Winter beim gleichen Sonnenstand die Zeit 13:39 messen. Aber diese Vermutung ist, so plausibel sie auch erscheint, Spekulation.

Fest steht, dass hier gelogen wurde.

Der errechnete Schattenverlauf um 15:39 weicht erheblich vom Schattenverlauf um 13:30 ab.

